Euclide questo sconosciuto

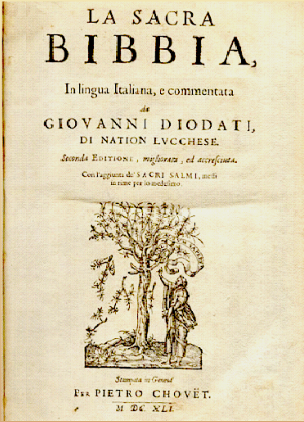
Università degli Studi di Genova

Un fatto poco noto

Quale libro ha avuto più
edizioni al mondo?

Un fatto poco noto

Quale libro ha avuto più
edizioni al mondo?


LA SACRA
BIBBIA,
In lingua Italiana, e commentata
da
GIOVANNI DIODATI,
DI NATION LVCCHESE.
Seconda Editione, migliorata, ed accresciuta.
Con l'aggiunta de' SACRI SALMI, messi
in rime per lo medesimo.
Stampata in Geneva
Per PIETRO CHOVËT.
M DC. XLI.

La Bibbia

Un fatto poco noto

Quale libro ha avuto più edizioni al mondo?

Quale libro viene al secondo posto?


LA SACRA
BIBBIA,
In lingua Italiana, e commentata
da
GIOVANNI DIODATI,
DI NATION LVCCHESE.
Seconda Editione, migliorata, ed accresciuta.
Con l'aggiunta de' SACRI SALMI, messi
in rime per lo medesimo.
Stampata in Geneva
Per PIETRO CHOVËT.
M DC XLI.

La Bibbia

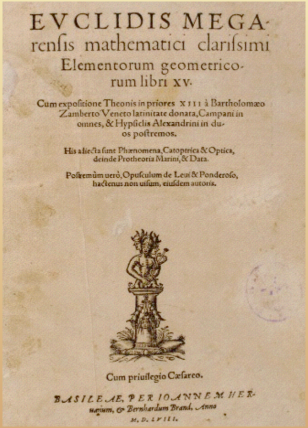
Un fatto poco noto

Quale libro ha avuto più edizioni al mondo?

Quale libro viene al secondo posto?

LA SACRA
BIBBIA,
In lingua Italiana, e commentata
da
GIOVANNI DIODATI,
DI NATION LVCCHESE.
Seconda EDITIONE, *migliorata, ed accresciuta.*
Con l'aggiunta de' SACRI SALMI, messi in rime per lo medesimo.
Stampata in Geneva
PER PIETRO CHOVËT.
M DC XLI.

La Bibbia



EVCLIDIS MEGArensis mathematici clarissimi
Elementorum geometricorum libri XV.
Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos.
His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini, & Data.
Postremùm uerò, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.
Cum priuilegio Cæsareo.
BASILEAE, PER IOANNEM HERuagium, & Bernhardum Brand, Anno
M. D. LVIII.

Gli Elementi di Euclide

F.Odetti
UniGe

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

- È un trattato di Geometria.

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

- È un trattato di Geometria.
- Risale circa al III secolo a.C.

Euclide questo sconosciuto

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

- È un trattato di Geometria.
- Risale circa al III secolo a.C.
- È diviso in 13 Libri.

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

- È un trattato di Geometria.
- Risale circa al III secolo a.C.
- È diviso in 13 Libri.
- È scritto in greco classico (attico).

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

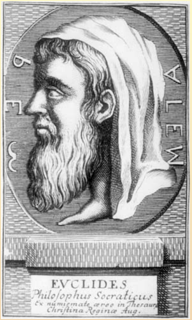
- È un trattato di Geometria.
- Risale circa al III secolo a.C.
- È diviso in 13 Libri.
- È scritto in greco classico (attico).
- Geometria del piano e dello spazio.

Cosa sono gli Elementi di Euclide ?

Euclide - Justus di Ghent
ca. 1474 - Urbino

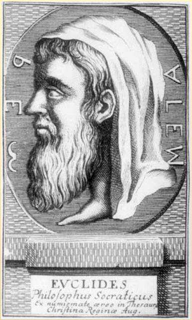
- È un trattato di Geometria.
- Risale circa al III secolo a.C.
- È diviso in 13 Libri.
- È scritto in greco classico (attico).
- Geometria del piano e dello spazio.
- Teoria delle proporzioni
  Aritmetica dei numeri
  Solidi platonici.

Chi era Euclide



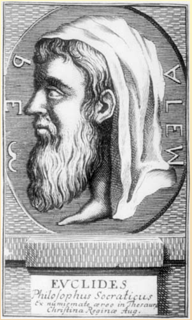
Chi era Euclide

- Quasi nessun dato biografico



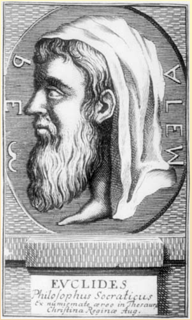
Chi era Euclide

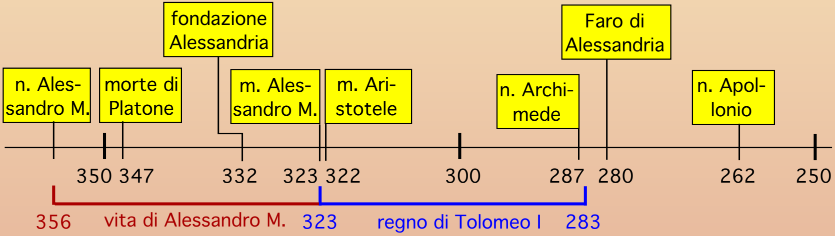
- Quasi nessun dato biografico
- A volte è detto **Euclide di Alessandria.**



Chi era Euclide

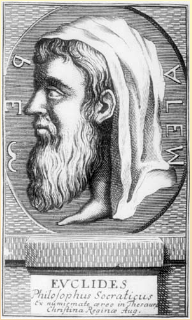
- Quasi nessun dato biografico
- A volte è detto **Euclide di Alessandria.**
- Proclo nel V secolo scrisse un "Commento agli Elementi" e ci dà qualche scarsa indicazione.

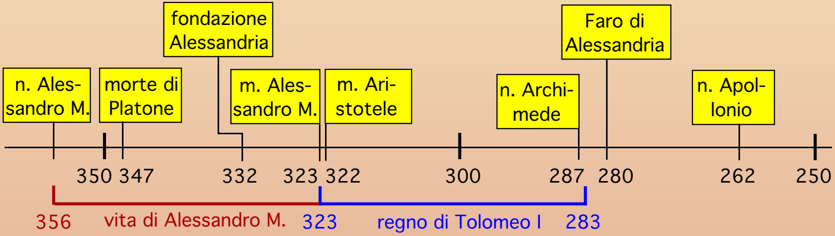




Chi era Euclide

- Quasi nessun dato biografico
- A volte è detto **Euclide di Alessandria.**
- Proclo nel V secolo scrisse un "Commento agli Elementi" e ci dà qualche scarsa indicazione.
- Altri indizi da Pappo (II sec.d.C.) e Stobeo (V sec.d.C.).



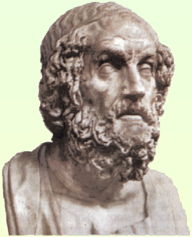


Piccola digressione su Omero

Anche i poemi di Omero, il più celebre poeta dell'antichità, sono stati tra le opere letterarie più diffuse al mondo.

Piccola digressione su Omero

Anche i poemi di Omero, il più celebre poeta dell'antichità, sono stati tra le opere letterarie più diffuse al mondo.

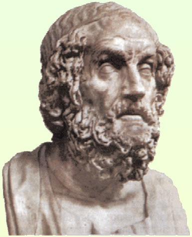


Iliade

Odissea

Piccola digressione su Omero

Anche i poemi di Omero, il più celebre poeta dell’antichità, sono stati tra le opere letterarie più diffuse al mondo.



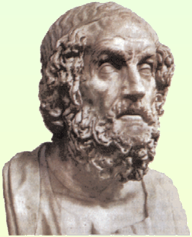
Iliade

Odissea

Ma di Omero non si sa praticamente niente, a parte qualche leggenda.

Piccola digressione su Omero

Anche i poemi di Omero, il più celebre poeta dell'antichità, sono stati tra le opere letterarie più diffuse al mondo.



Iliade

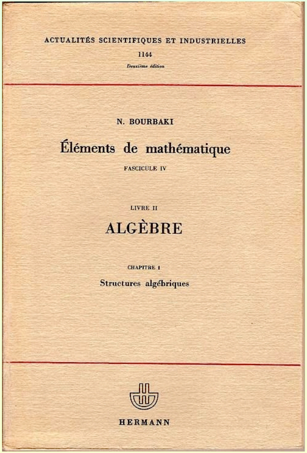
Odissea

Ma di Omero non si sa praticamente niente, a parte qualche leggenda.

E molti dubitano anche che sia esistito, e ritengono che i suoi poemi siano un collage di opere di vari autori

Euclide come Omero. È esistito davvero?

Euclide come Omero. È esistito davvero?

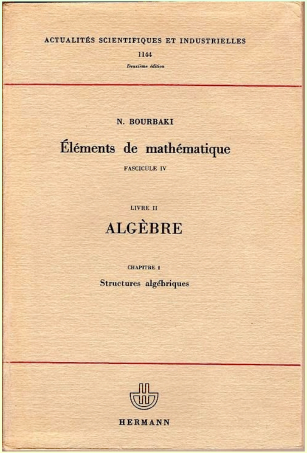


È presente in tutte le biblioteche di matematica un'opera colossale:

N. Bourbaki
Éléments de mathématique"

Più di venti volumi
Pubblicata in Francia tra il 1935 e il 1968 (e anche dopo).

Euclide come Omero. È esistito davvero?



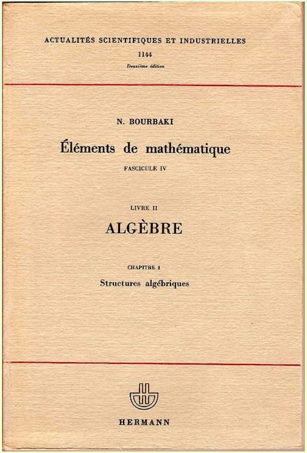
È presente in tutte le biblioteche di matematica un'opera colossale:

N. Bourbaki
Éléments de mathématique”

Più di venti volumi
Pubblicata in Francia tra il 1935 e il 1968 (e anche dopo).

Ma non c'è mai stato un matematico di nome **N. Bourbaki**.
È un pool di matematici che hanno voluto mantenere l'anonimato

Euclide come Omero. È esistito davvero?



È presente in tutte le biblioteche di matematica un'opera colossale:

N. Bourbaki
Éléments de mathématique"

Più di venti volumi
Pubblicata in Francia tra il 1935 e il 1968 (e anche dopo).

Ma non c'è mai stato un matematico di nome **N. Bourbaki**.
È un pool di matematici che hanno voluto mantenere l'anonimato

Forse anche Euclide è uno pseudonimo o un gruppo di matematici...

Euclide primo geometra di cui abbiamo un'opera

Euclide (dalla "Scuola di Atene")
Raffaello - ca. 1510 - Vaticano

Euclide primo geometra di cui abbiamo un'opera

Euclide (dalla "Scuola di Atene")
Raffaello - ca. 1510 - Vaticano

Secondo Proclo: Euclide attinse da

Talete, che imparò la matematica dagli Egizi (secondo Erodoto).

Pitagora, il sommo.

Euclide primo geometra di cui abbiamo un'opera

Euclide (dalla "Scuola di Atene")
Raffaello - ca. 1510 - Vaticano

Secondo Proclo: Euclide attinse da

Talete, che imparò la matematica dagli Egizi (secondo Erodoto).

Pitagora, il sommo.

La matematica pre-euclidea è praticamente sconosciuta.

Talete e Pitagora sono avvolti nella leggenda.

Di Teeteto, Ippocrate di Chio e Eudosso di Cnido non si sa quasi niente.

Ci sono giunti due aneddoti

(da Proclo e Stobeo, V secolo d.C.)

Ci sono giunti due aneddoti

(da Proclo e Stobeo, V secolo d.C.)

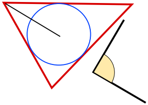
- Non esistono vie regie alla geometria

Ci sono giunti due aneddoti

(da Proclo e Stobeo, V secolo d.C.)

- Non esistono vie regie alla geometria

- Dategli una monetina perché possa dire di aver ricavato qualcosa



Dove sono stati scritti gli Elementi?

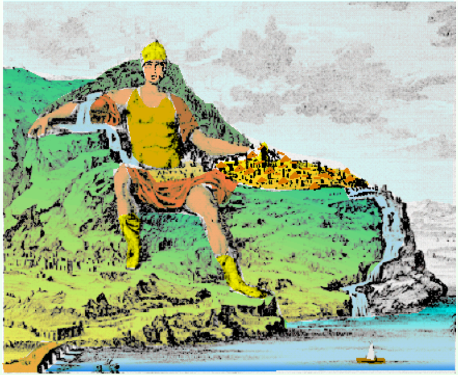
Dove sono stati scritti gli Elementi?

Alessandro Magno voleva costruire una città col suo nome

Dove sono stati scritti gli Elementi?

Alessandro Magno voleva costruire una città col suo nome

L'architetto Dinocrate propose di modellare il monte Athos come statua di Alessandro.



Dove sono stati scritti gli Elementi?

Alessandro Magno voleva costruire una città col suo nome

Alessandro preferì far costruire a Dinocrate una città su una lingua di sabbia in Egitto.

E nacque nel 332 a.C. la città di Alessandria

Alessandria, una città modernissima

F.Odetti
UniGe

Alessandria città monumentale

Alessandria centro culturale e tecnologico

Il Faro

settima meraviglia del mondo

Euclide
Erofilo
Eratostene

Ctesibio
Abdaraxos
Archimede

Meccanica
Filologia
Grammatica
Medicina
Psicanalisi
Astronomia
Geometria

La Biblioteca

Alessandria oggi

Il Faro

distrutto e sostituito da un fortino

Poco resta dell'antica città

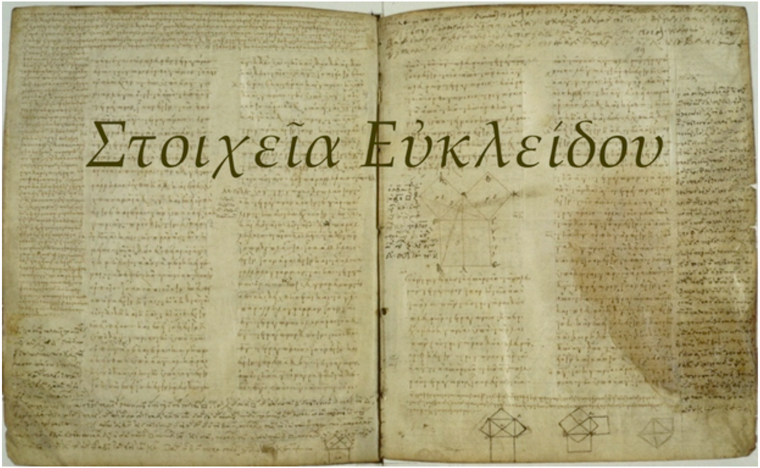
anche se Alessandria cerca di ricordare il glorioso passato

La modernissima Biblioteca

Purtroppo gran parte della scienza alessandrina è andata perduta

Purtroppo gran parte della scienza alessandrina è andata perduta

Di Euclide ci sono rimasti gli Elementi,
ma non si sa niente dell'autore



Come ci sono pervenuti gli Elementi?

Come ci sono pervenuti gli Elementi?

الاولى

مجموع مربعي الضلعين المحيطين بـها

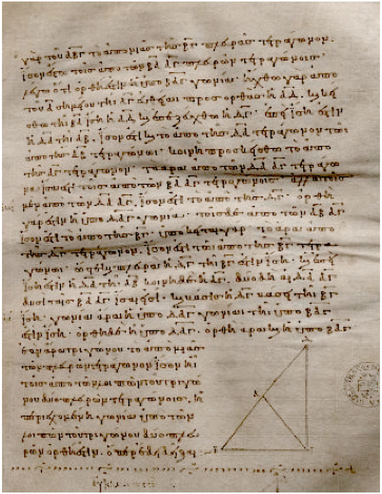
لتكن الزاوية ب ا ج من مثلث ا ب ج
قايمة فاقول ان مربع ب ج يساوي مجموع
مربعي ا ب ا ج برهانه نرسم علي اضلاع
مثلث ا ب ج مربعات ب د ه ج ا ح ط
ا ب ح ز بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة ا
خط ا ل موازيا للخط ب د بالشكل الواحد
والثلثين فلان زاويتي ا ب د ب ا ل كقايمتين
بالشكل التاسع والعشرين وزاوية ا ب د
اعظم من قايمة فزاوية ب ا ل اصغر منها
الاضلاع ضعف مثلث ا ب د ومربع ا ح ضعف مثلث ح ب ج بالشكل
الواحد والاربعين فمربع ا ب كسطح ب ل ولان كل واحدة من زاويتي
ب ج ه ا ج ز قايمة فناخذ زاوية ا ج ب مع كل واحدة منهما فتكون زاويتا
ا ج ه ب ج ز متساويتين والاضلاع المحيطة بهما متساوية علي التناظر
فبالشكل الرابع مثلث ا ج ه كمثلث ج ب ز لكن مربع ا ز ضعف مثلث
ب ج ز وسطح ج ل ضعف مثلث ا ج ه بالشكل الواحد والاربعين فمربع
ا ز كسطح ج ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان مربع ب ه اما ان يقع في جهة القاعدة
من زاوية ب ا ج او ينطبق علي مثلث ا ب ج وعلي التقديرين فمربعا
ا ح ا ز اما ان يقعا غير منطبقين علي مثلث ا ب ج او منطبقين عليه او
يقع مربع ا ح منطبقا عليه ومربع ا ز غير منطبق او بالعكس وهذه
ثمانية اوجه اما الاول فقد بيناه وله ثلثة اوضاع بحسب ضلعي ا ب ا ج
بالتساوي والصغر والكبر وذلك ظاهر واما الثاني فضلع ا ز اما ان يكون
مساويا لضلع ا ج او اعظم او اصغر منه فنقطة ز اما ان ينطبق علي

46

Come ci sono pervenuti gli Elementi?

الاولى

مجموع مربعي الضلعين المحيطين بـها



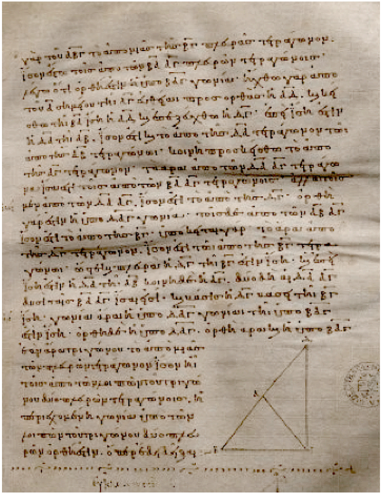
Come ci sono pervenuti gli Elementi?

الاولي ٤٥

مجموع مربعي الضلعين المحيطين بـهـا

لبكن الزاوية ب ا ج من مثلث ا ب ج
قايمة فاقول ان مربع ب ج يساوي مجموع
مربعي ا ب ا ج برهانه نرسم علي اضلاع
مثلث ا ب ج مربعات ب د ه ج ا ج ا ط
ا ب ح ز بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة ا
خط ا ل موازيا للخط ب د بالشكل الواحد
والثلثين فلان زاويتي ا ب د ب ا ل كقايمتين
بالشكل التاسع والعشرين وزاوية ا ب د
اعظم من قايمة فزاوية ب ا ل اصغر منها
الاضلاع ضعف مثلث ا ب د ومربع ا ح ضعف مثلث ح ب ج بالشكل
الواحد والاربعين فمربع ا ب كسطح ب ل ولان كل واحدة من زاويتي
ب ا ه ا ج ط قايمة فناخذ زاوية ا ج ب مع كل واحدة منهما فتكون زاويتا
ا ج ه ب ج ط متساويتين والاضلاع المحيطة بهما متساوية علي التناظر
فبالشكل الرابع مثلث ا ج ه كمثلث ج ب ط لكن مربع ا ط ضعف مثلث
ب ج ط وسطح ج ل ضعف مثلث ا ج ه بالشكل الواحد والاربعين فمربع
ا ط كسطح ج ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان مربع ب ه اما ان يقع في جهة القاعدة
من زاوية ب ا ج او ينطبق علي مثلث ا ب ج وعلي التقديرين فمربعا
ا ح ا ط اما ان يقعا غير منطبقين علي مثلث ا ب ج او منطبقين عليه او
يقع مربع ا ح منطبقا عليه ومربع ا ط غير منطبق او بالعكس وهذه
ثمانية اوجه اما الاول فقد بيناه وله ثلثة اوضاع بحسب ضلعي ا ب ا ج
بالتساوي والصغر والكبر وذلك ظاهر واما الثاني فضلع ا ز اما ان يكون
مساويا لضلع ا ج او اعظم او اصغر منه فنقطة ز اما ان ينطبق علي

45



Giovanni Campano

da Novara

tradusse **Gli Elementi**

in latino dall'arabo

nel 1255 circa

Giovanni Campano
da Novara

tradusse **Gli Elementi**

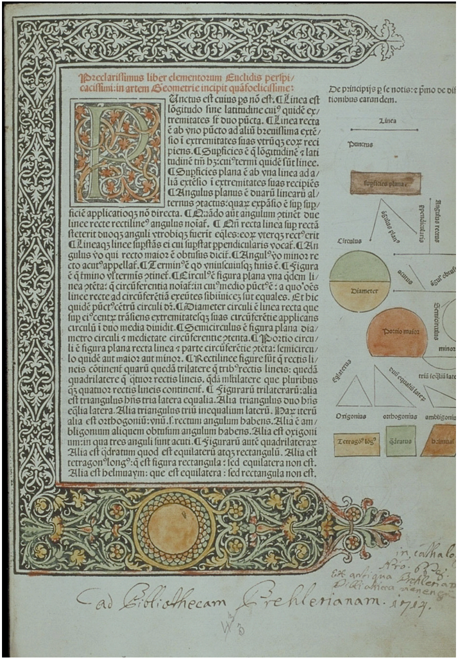
in latino dall'arabo

nel 1255 circa

Il primo libro stampato al mondo con figure geometriche

Venezia - 1482

Preclarissimus liber elementorum Euclidis



Gli Elementi di Euclide

Εὐκλείδου Στοιχεῖα

Gli Elementi di Euclide

Εὐκλείδου Στοιχεῖα

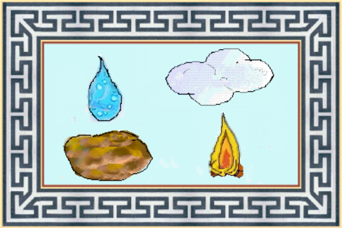
στοιχεῖον = elemento

Per i platonici στοιχεῖα erano i quattro elementi

Gli Elementi di Euclide

Εὐκλείδου Στοιχεῖα

στοιχεῖον = elemento



Per i platonici στοιχεῖα erano i quattro elementi

Euclide è detto Στοιχειωτής

Comunque useremo “Libro” invece di “Elemento”

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

5 teoria delle proporzioni

6 uso delle proporzioni: similitudini

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

5 teoria delle proporzioni

6 uso delle proporzioni: similitudini

7 8 9 numeri primi, massimo comun divisore, numeri perfetti

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

5 teoria delle proporzioni

6 uso delle proporzioni: similitudini

7 8 9 numeri primi, massimo comun divisore, numeri perfetti

10 grandezze incommensurabili (il più vasto e difficile)

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

5 teoria delle proporzioni

6 uso delle proporzioni: similitudini

7 8 9 numeri primi, massimo comun divisore, numeri perfetti

10 grandezze incommensurabili (il più vasto e difficile)

11 12 geometria dello spazio:
parallelepipedi, prismi, piramidi, coni, sfere

Piano generale dell'opera:

È costituito da 13 Libri (ιγ′ στοιχεῖα)

1 geometria del piano:
dalle definizioni elementari al teorema di Pitagora

2 3 4 geometria del piano; i poligoni, la circonferenza

5 teoria delle proporzioni

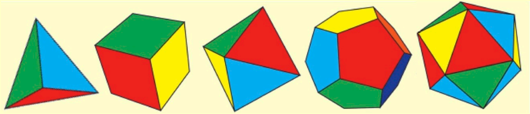
6 uso delle proporzioni: similitudini

7 8 9 numeri primi, massimo comun divisore, numeri perfetti

10 grandezze incommensurabili (il più vasto e difficile)

11 12 geometria dello spazio:
parallelepipedi, prismi, piramidi, coni, sfere

13 solidi platonici



Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

- Alcune proposizioni sono teoremi.
  (Euclide non usa questa parola)
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ciò che bisognava dimostrare.

Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

- Alcune proposizioni sono teoremi.
  (Euclide non usa questa parola)
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ciò che bisognava dimostrare.
- Alcune proposizioni sono costruzioni.
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. ciò che bisognava fare.

Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

- Alcune proposizioni sono teoremi.
  (Euclide non usa questa parola)
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ciò che bisognava dimostrare.
- Alcune proposizioni sono costruzioni.
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. ciò che bisognava fare.
- A volte c'è un lemma (λῆμμα).
- A volte c'è un corollario, in greco πόρισμα.

Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

- Alcune proposizioni sono teoremi.
  (Euclide non usa questa parola)
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ciò che bisognava dimostrare.
- Alcune proposizioni sono costruzioni.
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. ciò che bisognava fare.
- A volte c'è un lemma (λῆμμα).
- A volte c'è un corollario, in greco πόρισμα.
- Quasi ogni Libro inizia con le definizioni, in greco ὅροι.

Come sono strutturati i Libri?

Ogni Libro è diviso in proposizioni numerate.

Euclide non usa un termine per proposizione, pone solo un numero.

- Alcune proposizioni sono teoremi.
  (Euclide non usa questa parola)
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ciò che bisognava dimostrare.
- Alcune proposizioni sono costruzioni.
  e terminano con
  ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. ciò che bisognava fare.
- A volte c'è un lemma (λῆμμα).
- A volte c'è un corollario, in greco πόρισμα.
- Quasi ogni Libro inizia con le definizioni, in greco ὅροι.
- Il primo Libro ha un'introduzione più articolata.

Le definizioni del primo Libro

Il primo Libro inizia con 23 definizioni (κγ´ ὅροι)

Le prime quattro **definizioni**

α´. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β´. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ´. Γραμμῆς δὲ πὲρατα σημεῖα.

δ´. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ´ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

ὅρος significa confine, termine.

La prima definizione

Il primo ὅρος

α′. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1. Il punto è ciò che non ha parti

Letteralmente

1. Punto è, [ciò che] non [ha] parte nessuna

La prima definizione

Il primo ὅρος

α′. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1. Il punto è ciò che non ha parti

Letteralmente

1. Punto è, [ciò che] non [ha] parte nessuna

Euclide per punto usa σημεῖον (che significa anche "segno")
Prima di Euclide per punto si usava στιγμή

La prima definizione

Il primo ὅρος

> α΄. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1. Il punto è ciò che non ha parti

Letteralmente

1. Punto è, [ciò che] non [ha] parte nessuna

Euclide per punto usa σημεῖον (che significa anche “segno”)
Prima di Euclide per punto si usava στιγμή

Sesto Empirico (II secolo d.C.) in Πρὸς μαθηματικούς (Contro i matematici) dice che i matematici affermano:

στιγμὴν μὲν εἶναι σημεῖον ἀμερὲς καὶ ἀδιάστατον

essere il punto un segno senza parti e senza estensione

La prima definizione

Il primo ὅρος

α′. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1. Il punto è ciò che non ha parti

Letteralmente

1. Punto è, [ciò che] non [ha] parte nessuna

Euclide per punto usa σημεῖον (che significa anche "segno")
Prima di Euclide per punto si usava στιγμή

Sesto Empirico (II secolo d.C.) in Πρὸς μαθηματικούς (Contro i matematici) dice che i matematici affermano:

στιγμὴν μὲν εἶναι σημεῖον ἀμερὲς καὶ ἀδιάστατον

essere il punto un segno senza parti e senza estensione

(matematici = grammatici, retori, geometri, aritmetici, astrologi, musici)

La prima definizione

Il primo ὅρος

α′. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1. Il punto è ciò che non ha parti

Letteralmente

1. Punto è, [ciò che] non [ha] parte nessuna

Euclide per punto usa σημεῖον (che significa anche "segno")
Prima di Euclide per punto si usava στιγμή

Sesto Empirico (II secolo d.C.) in Πρὸς μαθηματικούς (Contro i matematici) dice che i matematici affermano:

στιγμὴν μὲν εἶναι σημεῖον ἀμερὲς καὶ ἀδιάστατον

essere il punto un segno senza parti e senza estensione

(matematici = grammatici, retori, geometri, aritmetici, astrologi, musici)

Forse la prima definizione non è di Euclide

Seconda e terza definizione

Secondo e terzo ὅρος

β′. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

2. E linea è una lunghezza senza larghezza.

Seconda e terza definizione

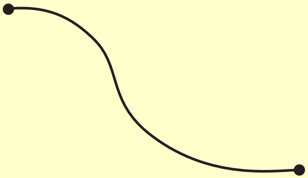
Secondo e terzo ὅρος

β′. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

2. E linea è una lunghezza senza larghezza.

γ′. Γραμμῆς δὲ πὲρατα σημεῖα.

3. E gli estremi di una linea sono punti



La quarta definizione

Quarto ὅρος

> δ′. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ′ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4. La linea retta è quella che giace allo stesso modo rispetto ai suoi punti.

La quarta definizione

Quarto ὅρος

> δʹ. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4. La linea retta è quella che giace allo stesso modo rispetto ai suoi punti.

Forse la definizione è apocrifa

La quarta definizione

Quarto ὅρος

δʹ. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφʹ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4. La linea retta è quella che giace allo stesso modo rispetto ai suoi punti.

Forse la definizione è apocrifa

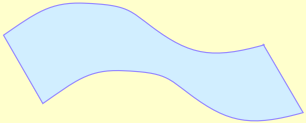
Retta è εὐθεῖα (γραμμή)

La retta è sempre terminata, (πεπερασμένη) aggiunge Euclide diverse volte, quindi la parola che Euclide usa per retta indica in realtà un segmento

Altre definizioni interessanti

εʹ. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὅ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

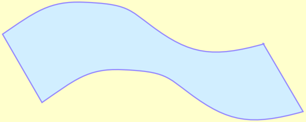
5. Superficie è ciò che ha solo lunghezza e larghezza.



Altre definizioni interessanti

ε′. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὅ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5. Superficie è ciò che ha solo lunghezza e larghezza.



ζ′. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

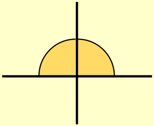
7. Il piano è una superficie che giace allo stesso modo rispetto alle sue rette.

Altre definizioni

γωνία   angolo : inclinazione di due linee (anche non rette).

Altre definizioni

γωνία   angolo : inclinazione di due linee (anche non rette).



La retta perpendicolare: κάθετος εὐθεῖα

κάθετος significa cadente (ortogonalmente).

È la retta che forma due angoli uguali:

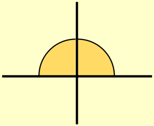
ognuno è detto angolo retto: ὀρθεῖα γωνία.

Altre definizioni

γωνία   angolo : inclinazione di due linee (anche non rette).

La retta perpendicolare: κάθετος εὐθεῖα

κάθετος significa cadente (ortogonalmente).

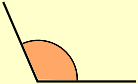


È la retta che forma due angoli uguali:

ognuno è detto angolo retto: ὀρθεῖα γωνία.

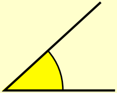
ια′. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστιν ἥ μείζων ὀρθῆς.

11. L'angolo ottuso è quello maggiore del retto



ιβ′. Ὀξεῖα δὲ ἥ ἐλάσσων ὀρθῆς.

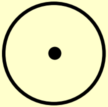
12. E l'acuto è quello minore del retto.



Altre definizioni

κύκλον cerchio

κέντρον centro

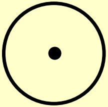


περιφερεία circonferenza

Altre definizioni

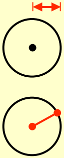
κύκλον cerchio

κέντρον centro



περιφερεία circonferenza

Raggio

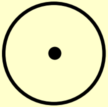


F.Odetti
UniGe

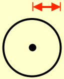
Altre definizioni

κύκλον cerchio

κέντρον centro



περιφερεία circonferenza



Raggio come distanza tra centro e circonferenza:
διάστημα, cioè distanza.

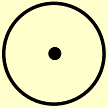
Raggio come segmento dal centro alla circonferenza:
ἡ ἐκ τοῦ κέντρου: la [retta] dal centro.

Altre definizioni

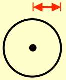
κύκλον cerchio

κέντρον centro

περιφερεία circonferenza



Raggio come distanza tra centro e circonferenza:
διάστημα, cioè distanza.



Raggio come segmento dal centro alla circonferenza:
ἡ ἐκ τοῦ κέντρου: la [retta] dal centro.

ἡ διάμετρος il diametro (è un segmento)

Glossario

τρίγωνον triangolo

ἡ πλευρά il lato

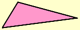
Glossario

τρίγωνον triangolo

ἡ πλευρά il lato

ἰσόπλευρον quello equilatero 

ἰσοσκελές quello isoscele (stesse gambe) 

σκαληνόν quello scaleno (forse da σκάζειν zoppicare). 

τετράγωνον quadrato

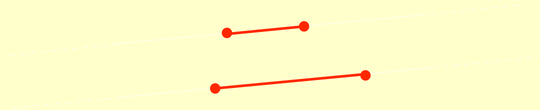
ἑτερόμηκες rettangolo, cioè con diverse misure,
ma è un ἅπαξ, poi usa la parola ὀρθογώνιον

τραπέζιον quadrilatero *qualunque* (lett. piccola mensa).

La ventitreesima definizione

κγʹ. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾿ ἑκάτερα τὰ μέρη επὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

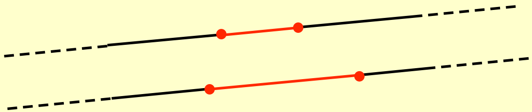
23. Sono rette parallele, quelle che essendo nello stesso piano e prolungate all'infinito da entrambe le parti, da nessuna delle due parti si incontrano tra loro.



La ventitreesima definizione

κγ΄. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη επὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

23. Sono rette parallele, quelle che essendo nello stesso piano e prolungate all'infinito da entrambe le parti, da nessuna delle due parti si incontrano tra loro.



Per vedere se due rette sono parallele occorre prolungarle.
Ma è possibile farlo?

I postulati

Αἰτήματα

Il verbo αἰτέω significa "domando, richiedo"
In geometria viene tradotto con "postulo".

Euclide enuncia cinque postulati:

F.Odetti
UniGe

I postulati

Αἰτήματα

Il verbo αἰτέω significa “domando, richiedo”
In geometria viene tradotto con “postulo”.

Euclide enuncia cinque postulati:

Primo postulato

αʹ. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

I postulati

Αἰτήματα

Il verbo αἰτέω significa "domando, richiedo"
In geometria viene tradotto con "postulo".

Euclide enuncia cinque postulati:

Primo postulato

α′. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

1. Risulti postulato, richiesto che si possa condurre una retta da un qualunque punto a un qualunque punto.

I postulati

Αἰτήματα

Il verbo αἰτέω significa “domando, richiedo”
In geometria viene tradotto con “postulo”.

Euclide enuncia cinque postulati:

Primo postulato

α΄. ᾘτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

1. Risulti postulato, richiesto che si possa condurre una retta da un qualunque punto a un qualunque punto.

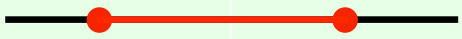
ᾘτήσθω (perfetto imperativo del verbo αἰτέω) regge tutti i 5 postulati.

Secondo, terzo e quarto postulato

Secondo, terzo e quarto postulato

β′. Καί πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ′ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

2. e [risulti postulato] che si possa prolungare una retta finita in una retta [infinita] in modo continuo.



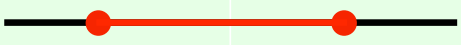
Secondo, terzo e quarto postulato

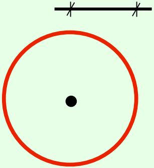
β′. Καί πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ′ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

2. e [risulti postulato] che si possa prolungare una retta finita in una retta [infinita] in modo continuo.

γ′. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3. e che si possa tracciare un cerchio con qualunque centro e raggio.





Secondo, terzo e quarto postulato

β′. Καί πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ′ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

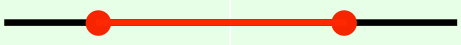
2. e [risulti postulato] che si possa prolungare una retta finita in una retta [infinita] in modo continuo.

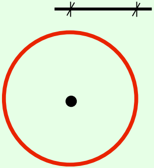
γ′. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

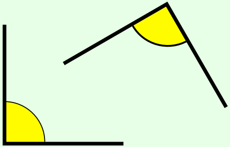
3. e che si possa tracciare un cerchio con qualunque centro e raggio.

ε′. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

4. e che tutti gli angoli retti siano uguali.







Il quinto postulato

ε′. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ′ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ′ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Traduzione libera

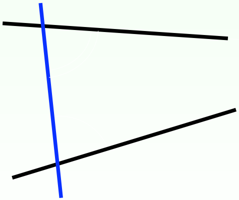
Se una retta

Il quinto postulato

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ΄ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ΄ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Traduzione libera

Se una retta interseca **altre due altre rette**

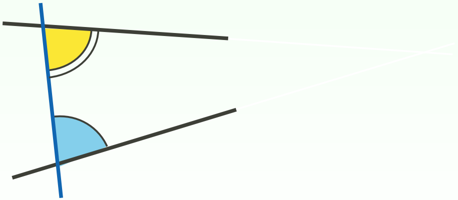


Il quinto postulato

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ΄ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ΄ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Traduzione libera

Se una retta interseca **altre due altre rette** e forma angoli interni dalla stessa parte che siano minori di due angoli retti,

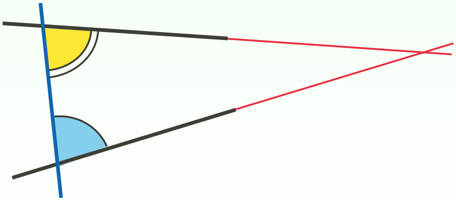


Il quinto postulato

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ΄ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ΄ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Traduzione libera

Se una retta interseca **altre due altre rette** e forma angoli interni dalla stessa parte che siano minori di due angoli retti, allora **le due rette**, prolungate all'infinito **si incontrano** dalla parte di questi due angoli.



Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.

Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.

- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.

Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.
- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.
- Invece Euclide vuole introdurlo ora.

Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.

- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.
- Invece Euclide vuole introdurlo ora.
- Euclide non adopera immediatamente questo postulato.

Osservazioni sul quinto postulato

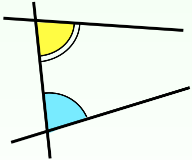
- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.
- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.
- Invece Euclide vuole introdurlo ora.
- Euclide non adopera immediatamente questo postulato.
- Euclide non dice che le due rette devono essere sullo stesso piano. (dimenticanza?)

Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

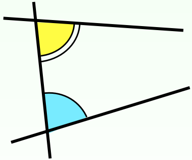
  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.
- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.
- Invece Euclide vuole introdurlo ora.
- Euclide non adopera immediatamente questo postulato.
- Euclide non dice che le due rette devono essere sullo stesso piano. (dimenticanza?)
- Euclide dice minori di due angoli retti non somma minore di un angolo piatto.



Osservazioni sul quinto postulato

- Enunciato di Playfair (1795):

  Da un punto esterno a una retta è possibile condurre un'**unica** retta parallela.
- Molte altre formulazioni equivalenti, ma usano concetti sviluppati più avanti e **non sappiamo** ancora **se effettivamente esistono rette parallele**.
- Invece Euclide vuole introdurlo ora.
- Euclide non adopera immediatamente questo postulato.
- Euclide non dice che le due rette devono essere sullo stesso piano. (dimenticanza?)
- Euclide dice minori di due angoli retti non somma minore di un angolo piatto.



- Euclide non dice mai somma di angoli e ignora l'angolo piatto.

Le nozioni comuni

Ce ne sono **cinque**

Κοιναὶ ἔννοιαι

α′. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1. Cose uguali a un'altra sono uguali tra loro

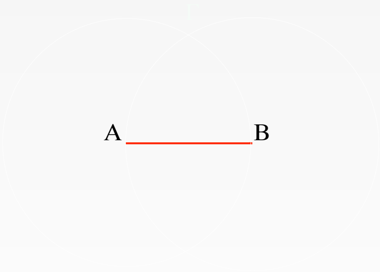
ε′. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

5. E il tutto è più grande della parte

Proposizione 1

α′. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

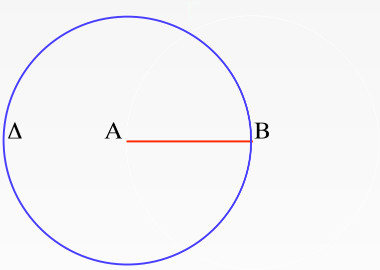
Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.



Proposizione 1

α′. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

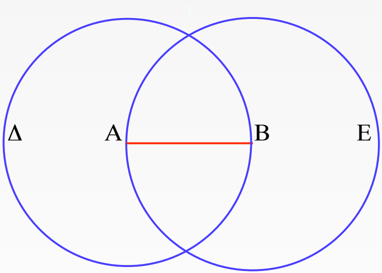
Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.



Proposizione 1

α′. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

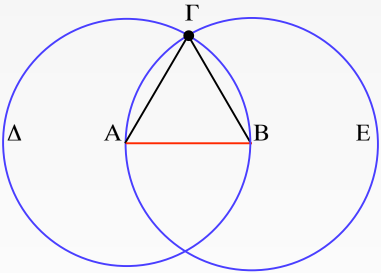
Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.



Proposizione 1

α′. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

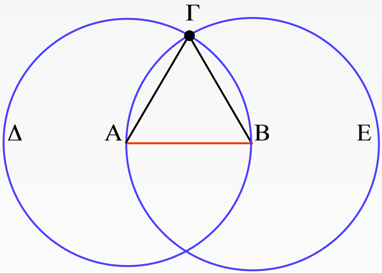
Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.



Proposizione 1

α΄. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.

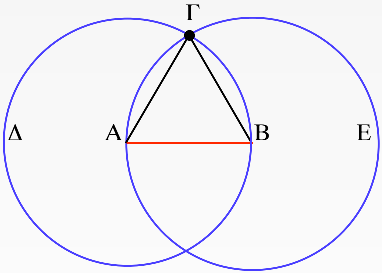


Ma chi ci assicura che le due circonferenze si incontrino in Γ?

Proposizione 1

α΄. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Su una data retta terminata, si collochi un triangolo equilatero.



Ma chi ci assicura che le due circonferenze si incontrino in Γ?

Può essere considerato una specie di ulteriore postulato

Il finale della proposizione:

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ἄρα perciò

ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ciò che bisognava fare. come dovevasi fare

Questa frase ricorre dopo ogni proposizione che sia una costruzione geometrica.

Proposizione 4: “Primo criterio di eguaglianza dei triangoli”

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

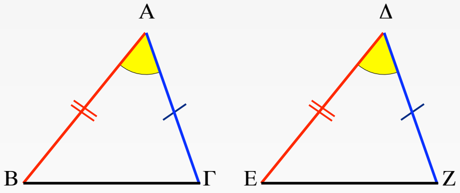
Se

ΑΒ=ΔΕ

ΑΓ=ΔΖ

ΒΑΓ=ΕΔΖ

i triangoli sono congruenti.



Proposizione 4: “Primo criterio di eguaglianza dei triangoli”

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

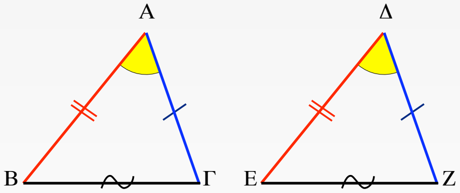
Se

AB=ΔE

AΓ=ΔZ

BAΓ=EΔZ

i triangoli sono congruenti.



La tesi di Euclide:

- le basi sono uguali

Proposizione 4: “Primo criterio di eguaglianza dei triangoli”

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

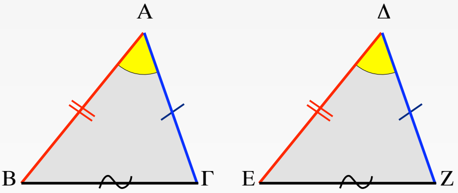
Se

AB=ΔE

AΓ=ΔZ

BAΓ=EΔZ

i triangoli sono congruenti.



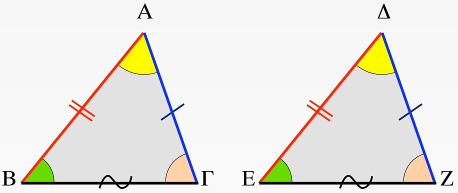
La tesi di Euclide:

- le basi sono uguali
- i triangoli sono uguali

Proposizione 4: “Primo criterio di eguaglianza dei triangoli”

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Se
AB=ΔE
AΓ=ΔZ
BAΓ=EΔZ
i triangoli sono congruenti.



La tesi di Euclide:

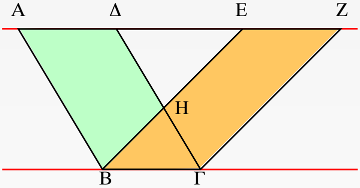
- le basi sono uguali
- i triangoli sono uguali
- gli angoli alla base adiacenti ai lati uguali sono uguali a ciascuno degli angoli corrispondenti.

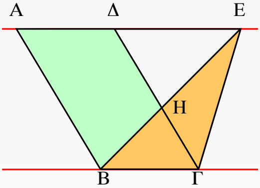
L'aggettivo ἴσος

Per Euclide ἴσος significa equivalente e non congruente.

L'aggettivo ἴσος

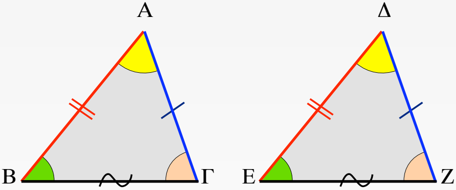
Per Euclide ἴσος significa equivalente e non congruente.
Per esempio, nella proposizioni 35 e 41





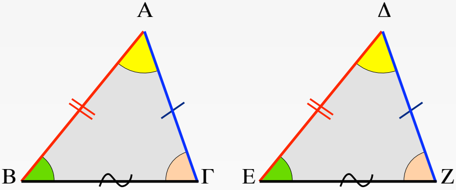
L'aggettivo ἴσος

Per Euclide ἴσος significa equivalente e non congruente.
Nella proposizione 4 ci sono 7 elementi equivalenti (ἴσοι)



L'aggettivo ἴσος

Per Euclide ἴσος significa equivalente e non congruente.
Nella proposizione 4 ci sono 7 elementi equivalenti (ἴσοι)



Questo primo "teorema" termina con

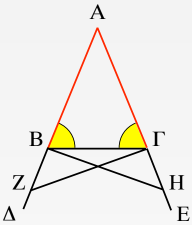
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ciò che bisognava dimostrare. come dovevasi dimostrare

Questa frase ricorre dopo ogni proposizione che sia un teorema.

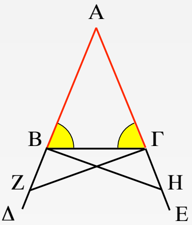
Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali.
(*Pons asinorum*)



Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali. (*Pons asinorum*)



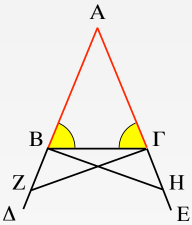
Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso (ἀντίστροφος)

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali.
(*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

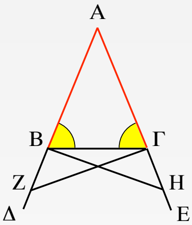
Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso (ἀντίστροφος)

Prima dimostrazione “per assurdo” di Euclide

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali. (*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

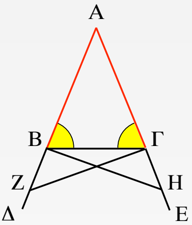
Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso (ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali. (*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso (ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Regola di logica (modus tollens)

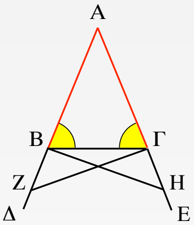
Sono logicamente equivalenti:

Se $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{T}$

Se *non* $\mathcal{T}$, allora *non* $\mathcal{P}$

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali.
(*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso
(ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Regola di logica (modus tollens)

Sono logicamente equivalenti:

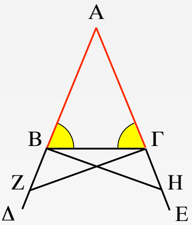
Se $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{T}$

Se *non* $\mathcal{T}$, allora *non* $\mathcal{P}$

Nella pur celebrata logica aristotelica, non esiste questo concetto basilare, che però è chiarissimo in Euclide e verrà riscoperto dalla logica medievale.

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali. (*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso (ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Regola di logica (modus tollens)

Sono logicamente equivalenti:

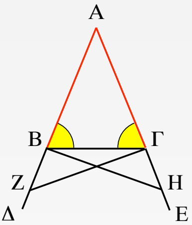
Se $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{T}$

Se *non* $\mathcal{T}$, allora *non* $\mathcal{P}$

Non diciamo "Se $\mathcal{T}$ fosse falsa" , diciamo "Se $\mathcal{T}$ è falsa"

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali.
(*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso
(ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Regola di logica (modus tollens)
Sono logicamente equivalenti:

Se $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{T}$
Se *non* $\mathcal{T}$, allora *non* $\mathcal{P}$

Non diciamo "Se $\mathcal{T}$ fosse falsa" , diciamo "Se $\mathcal{T}$ è falsa"

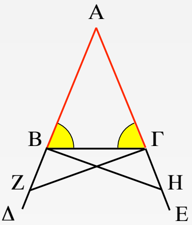
Così fa Euclide:

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν.

Se infatti AB è diversa da ΑΓ, una delle due è più grande.

Proposizione 5:

Se il triangolo è isoscele, gli angoli alla base sono uguali.
(*Pons asinorum*)



Proposizione 6:

Se gli angoli alla base sono uguali, il triangolo è isoscele.

Teorema inverso
(ἀντίστροφος)

Cosa è la dimostrazione per assurdo ?

Regola di logica (modus tollens)
Sono logicamente equivalenti:

Se $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{T}$
Se *non* $\mathcal{T}$, allora *non* $\mathcal{P}$

Non diciamo “Se $\mathcal{T}$ fosse falsa” , diciamo “Se $\mathcal{T}$ è falsa”

Così fa Euclide:

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν.

Se infatti AB è diversa da AΓ, una delle due è più grande.

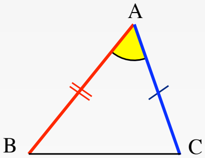
E termina con ὅπερ ἄτοπον·

ciò è assurdo;
ciò è fuori luogo;

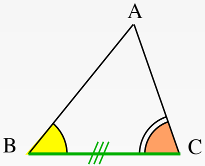
Curiosità: i tre criteri di eguaglianza

Nei testi di geometria correnti

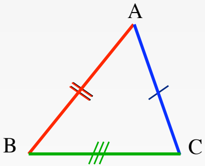
Primo criterio (LAL)



Secondo criterio (ALA)



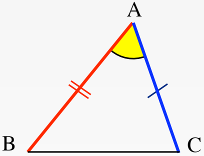
Terzo criterio (LLL)



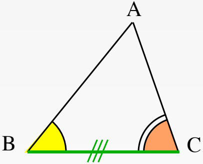
Curiosità: i tre criteri di eguaglianza

Nei testi di geometria correnti

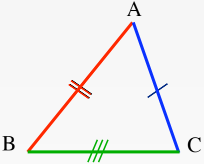
Primo criterio (LAL)



Secondo criterio (ALA)

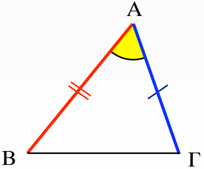


Terzo criterio (LLL)

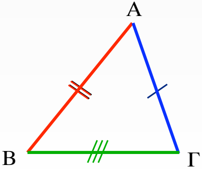


In Euclide

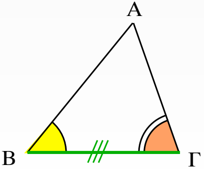
Primo criterio (LAL)



Secondo criterio (LLL)



Terzo criterio (ALA)



F.Odetti
UniGe

La proposizione 17

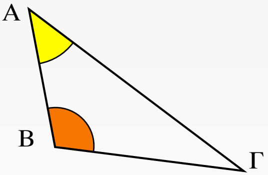
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Per ogni triangolo, due angoli presi insieme sono meno di due angoli retti

La proposizione 17

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Per ogni triangolo, due angoli presi insieme sono meno di due angoli retti



In modo più chiaro:

La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.

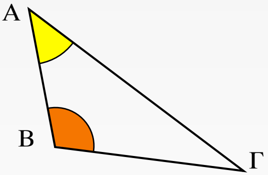
La proposizione 17

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Per ogni triangolo, due angoli presi insieme sono meno di due angoli retti

In modo più chiaro:

La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.



Euclide dimostrerà nella prop.32 che

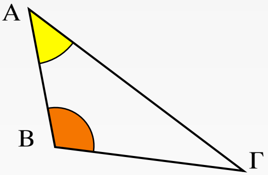
La somma dei tre angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.

O cara piota mia, che sì t'insusi,
Che come veggion le terrene menti
Non capere in triangol due ottusi,
(Par. XVII, 13-18)

La proposizione 17

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Per ogni triangolo, due angoli presi insieme sono meno di due angoli retti



In modo più chiaro:

La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.

Euclide dimostrerà nella prop.32 che

La somma dei tre angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.

O cara piota mia, che sì t'insusi,
Che come veggion le terrene menti
Non capere in triangol due ottusi,
(Par. XVII, 13-18)

Perché Euclide enuncia un teorema "debole", se poi dimostrerà la versione "forte"?

Le proposizioni 17 e 32

Proposizione 17
La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.

Proposizione 32
La somma dei tre angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.

Perché Euclide enuncia un teorema “debole”, se poi dimostrerà la versione “forte”?

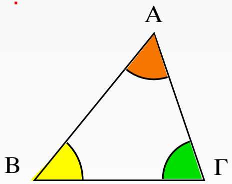
Le proposizioni 17 e 32

Proposizione 17
La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.

Proposizione 32
La somma dei tre angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.

Perché Euclide enuncia un teorema "debole", se poi dimostrerà la versione "forte"?

- Per dimostrare la proposizione 17 **non occorre** il quinto postulato
- Per dimostrare la proposizione 32 **occorre** il quinto postulato



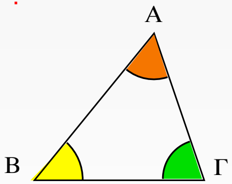
Le proposizioni 17 e 32

Proposizione 17
La somma di due angoli interni di un triangolo è inferiore a un angolo piatto.

Proposizione 32
La somma dei tre angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.

Perché Euclide enuncia un teorema "debole", se poi dimostrerà la versione "forte"?

- Per dimostrare la proposizione 17 **non occorre** il quinto postulato
- Per dimostrare la proposizione 32 **occorre** il quinto postulato



Euclide non userà mai la proposizione 17

Ma vuole far vedere fino a che punto si può arrivare senza usare il quinto postulato.

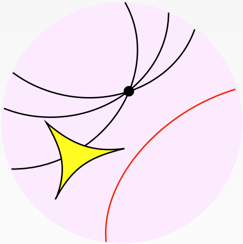
Le prime 28 proposizioni

Le prime 28 proposizioni del Libro 1
non usano il quinto postulato.
Euclide non lo usa fintantoché non gli è indispensabile.

Le prime 28 proposizioni

Le prime 28 proposizioni del Libro 1
non usano il quinto postulato.
Euclide non lo usa fintantoché non gli è indispensabile.

Nella **geometria iperbolica** (geometria non-euclidea del XIX secolo)



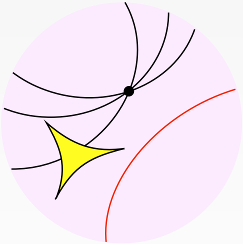
- Non vale il quinto postulato
- Da un punto esterno si possono condurre infinite rette parallele
- La somma degli angoli interni di un triangolo è meno di 180^0

Le prime 28 proposizioni

Le prime 28 proposizioni del Libro 1
non usano il quinto postulato.
Euclide non lo usa fintantoché non gli è indispensabile.

Nella **geometria iperbolica** (geometria non-euclidea del XIX secolo)

- Non vale il quinto postulato
- Da un punto esterno si possono condurre infinite rette parallele
- La somma degli angoli interni di un triangolo è meno di 180^0

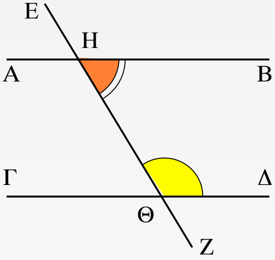


Ma fino alla proposizione 28
Euclide è un geometra non-euclideo

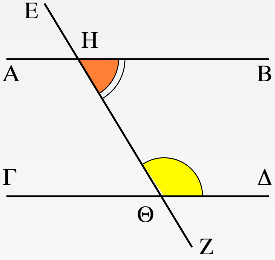
Le proposizioni 28 e 29

Proposizione 28 :

Se due rette sono tagliate da una trasversale e la somma degli angoli interni è pari a due retti, le due rette sono parallele.



Le proposizioni 28 e 29



Proposizione 28 :

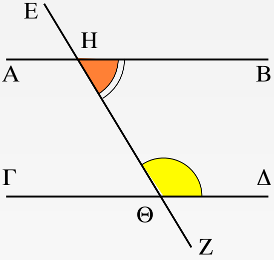
Se due rette sono tagliate da una trasversale e la somma degli angoli interni è pari a due retti, le due rette sono parallele.

Ora Euclide vuol dimostrare il viceversa (ἀντίστροφος)

Proposizione 29 :

Se due rette sono parallele e sono tagliate da una trasversale, allora la somma degli angoli interni è pari a due retti.

Le proposizioni 28 e 29



Proposizione 28 :

Se due rette sono tagliate da una trasversale e la somma degli angoli interni è pari a due retti, le due rette sono parallele.

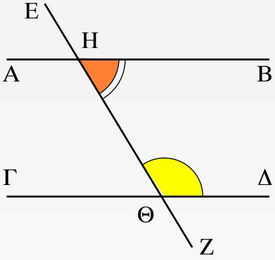
Ora Euclide vuol dimostrare il viceversa (ἀντίστροφος)

Proposizione 29 :

Se due rette sono parallele e sono tagliate da una trasversale, allora la somma degli angoli interni è pari a due retti.

ma per questo è indispensabile il quinto postulato

Le proposizioni 28 e 29



Proposizione 28 :

Se due rette sono tagliate da una trasversale e la somma degli angoli interni è pari a due retti, le due rette sono parallele.

Ora Euclide vuol dimostrare il viceversa (ἀντίστροφος)

Proposizione 29 :

Se due rette sono parallele e sono tagliate da una trasversale, allora la somma degli angoli interni è pari a due retti.

ma per questo è indispensabile il quinto postulato

E senza questa proposizione e le successive non si potrà dimostrare il teorema di Pitagora

La proposizione 47

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

La proposizione 47

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς <u>τὴν</u> <u>ὀρθὴν</u> <u>γωνίαν</u> <u>ὑποτεινούσης</u> πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Letteralmente:

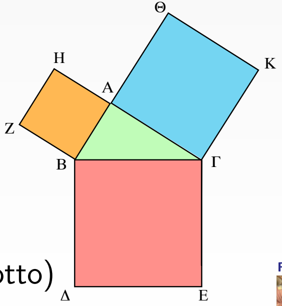
Nei triangoli rettangoli, il quadrato sul lato <u>teso sotto</u> <u>l’angolo retto</u> è uguale ai quadrati sui lati che circondano l’angolo retto.

La proposizione 47

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Letteralmente:

Nei triangoli rettangoli, il quadrato sul lato teso sotto l'angolo retto è uguale ai quadrati sui lati che circondano l'angolo retto.

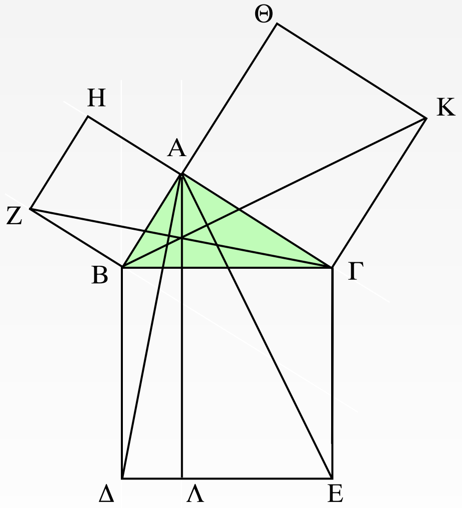


È universalmente nota come

Teorema di Pitagora.

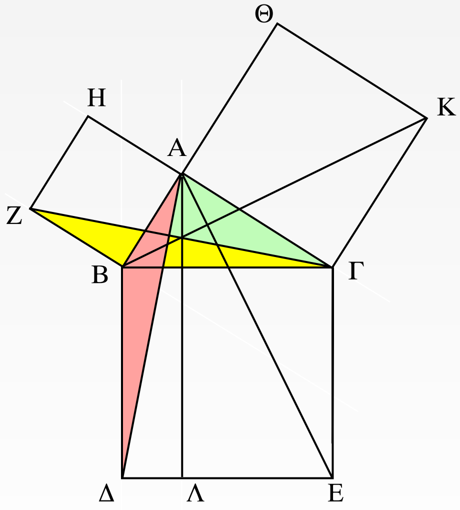
Euclide non usa qui la parola cateto
(ma κάθετος εὐθεῖα = retta ortogonale)
però usa ipotenusa (ὑποτεινοῦσα, tesa sotto)

La dimostrazione originale di Euclide



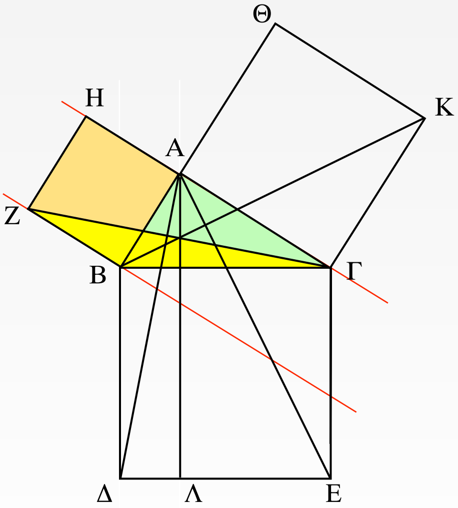
mulino a vento   sedia della sposa   coda di pavone

La dimostrazione originale di Euclide



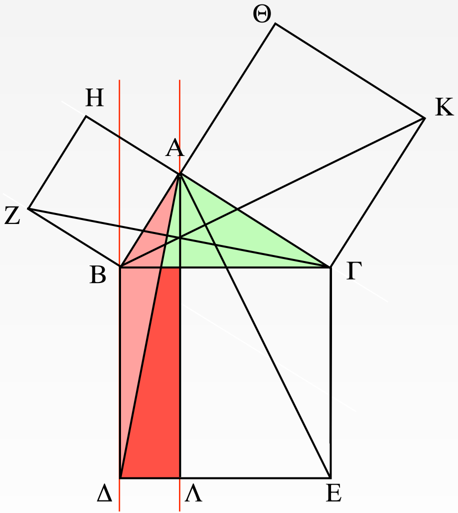
I triangoli sono uguali
(primo criterio di eguaglianza)

La dimostrazione originale di Euclide



Il triangolo è metà del parallelogramma
(proposizione 41)

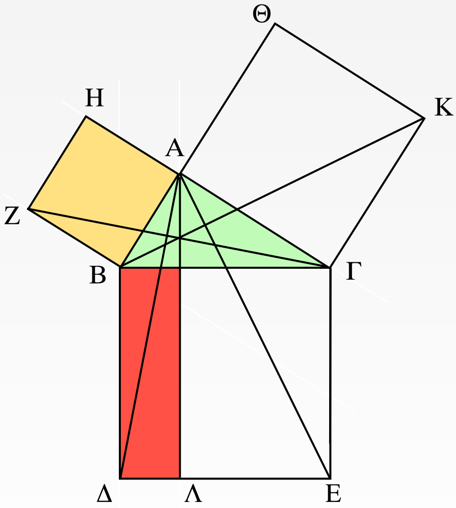
La dimostrazione originale di Euclide



Il triangolo è metà del parallelogramma
(proposizione 41)

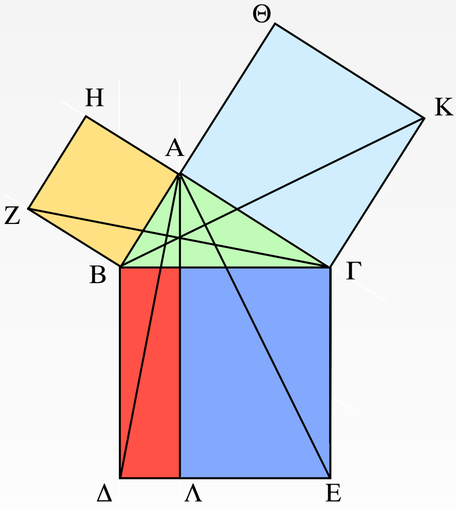
F.Odetti
UniGe

La dimostrazione originale di Euclide



I parallelogrammi sono uguali per la transitività
detto comunemente primo teorema di Euclide

La dimostrazione originale di Euclide



Stesso ragionamento per l'altro cateto
e si conclude

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

- Nel secondo, sesto e tredicesimo Libro la sezione aurea.

  Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

  Dividere una data retta terminata in estrema e media ragione.

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

- Nel secondo, sesto e tredicesimo Libro la sezione aurea.

  Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

  Dividere una data retta terminata in estrema e media ragione.

- Nel quinto Libro si definisce la proporzione (ἀναλογία).

- La definizione di quattro grandezze in proporzione è molto complicata e fu criticata come inutilmente pedante da molti, tra cui Galileo.

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

- Nel secondo, sesto e tredicesimo Libro la sezione aurea.

  Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

  Dividere una data retta terminata in estrema e media ragione.

- Nel quinto Libro si definisce la proporzione (ἀναλογία).

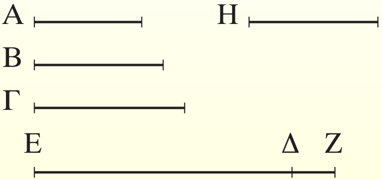
- La definizione di quattro grandezze in proporzione è molto complicata e fu criticata come inutilmente pedante da molti, tra cui Galileo.

- Solo nella seconda metà del XIX secolo si riconobbe che Euclide aveva anticipato di 22 secoli la definizione di numero reale.

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

- Nel settimo ottavo e nono Libro, Euclide tratta i numeri che però sono visti come grandezze.

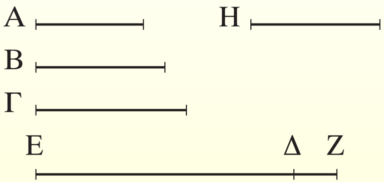


e dà le definizioni di

  - Numero primo : πρῶτος ἀριθμός
  - Massimo Comun Divisore : τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον

Alcune curiosità tratte dai Libri successivi

- Nel settimo ottavo e nono Libro, Euclide tratta i numeri che però sono visti come grandezze.



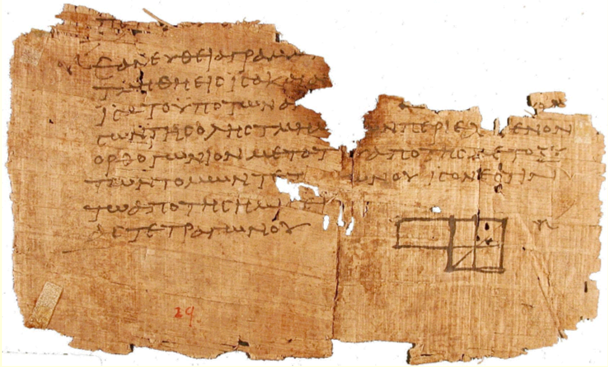
e dà le definizioni di

  - Numero primo : πρῶτος ἀριθμός
  - Massimo Comun Divisore : τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον

- Nel decimo definisce le
grandezze incommensurabili: ἀσύμμετρα μεγέθη

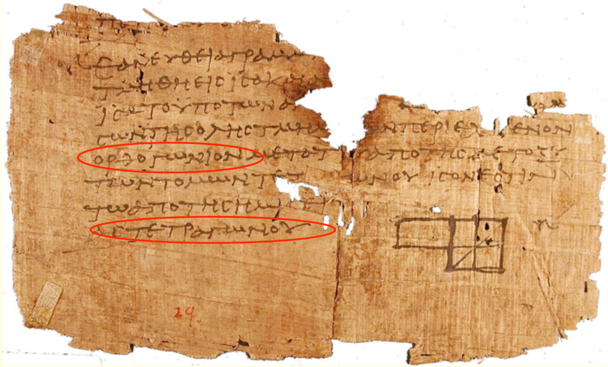
Un papiro trovato a Ossirinco

che contiene una proposizione del Libro 2



Un papiro trovato a Ossirinco

che contiene una proposizione del Libro 2

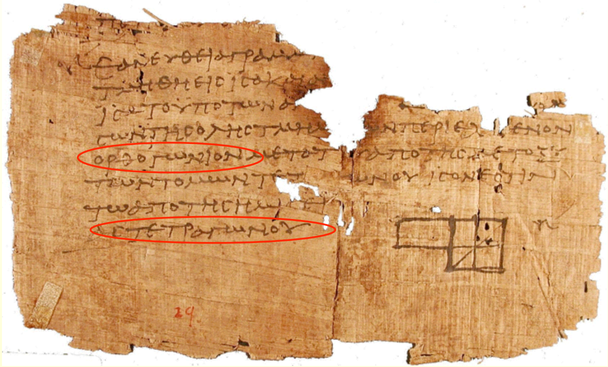


ὀρθογώνιον e τετράγωνον

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Un papiro trovato a Ossirinco

che contiene una proposizione del Libro 2



ὀρθογώνιον e τετράγωνον

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Non esiste una via regia alla Geometria, ma quella che troviamo nei libri attuali è sicuramente più agevole.

F.Odetti
UniGe

F. Odetti

Università di Genova

Grazie per l'attenzione !

Colori

ABab 123 yel	ABab 123 lyel
ABab 123 ora	ABab 123 ros
ABab 123 gra	ABab 123 gre
ABab 123 bro	ABab 123 lightsea
ABab 123 vio	ABab 123 lil
ABab 123 bron	ABab 123 sky
ABab 123 brown	ABab 123 sea
ABab 123 bru	
ABab 123 ver	ABab 123 magenta
ABab 123 bdx	ABab 123 red
ABab 123 lawn	ABab 123 blue
ABab 123 aqu	ABab 123 yellow
ABab 123 azu	ABab 123 black
ABab 123 mar	ABab 123 cyan
ABab 123 sil	ABab 123 green